

**Polskie prawo nakazuje stosowanie metod ekonometrycznych w wycenie –
konsekwencje art. 157 ugn.**

Rozdział I

Dlaczego w wycenie nie należy stosować metody regresji?

Do napisania poniższego tekstu skłoniła nas teza zawarta w artykule Mieczysława Prystupy, Zbigniewa Brodaczewskiego i Grzegorza Szarańca „Metoda korygowania ceny średniej, a metody statystyczne” (Rzeczoznawca Majątkowy Nr 70 z 2011r.), zgodnie z którą stosowanie metody regresji liniowej w wycenie nieruchomości jest niewłaściwe.

Stosowanie w wycenie nieruchomości metody regresji daje wątpliwe wartości ponieważ:

1. Badając korelację pomiędzy ceną i cechą zakłada się, że pozostałe cechy nie wpływają na cenę, podczas gdy w rzeczywistości tak nie jest. W związku z tym obliczone wagi mogą być niewiarygodne.
2. Stosowany model nie spełnia wszystkich poniższych założeń i nie jest w stanie oszacować wag:
 - cechy rynkowe są wielkościami nielosowymi i nie zachodzi pomiędzy nimi współliniowość (na rynku nagminnie zachodzi współliniowość między cechami)
 - składnik losowy jest zmienną losową, której nadzieja matematyczna jest równa zero a wariancja jest stałą
 - obserwacje są niezależne
 - składnik losowy nie jest skorelowany ze zmiennymi objaśniającymi (cechami)
 - liczba zmiennych objaśniających (cech) musi być mniejsza od liczby obserwacji (cen trans.)
 - nie występują współzależności między składnikami losowymi poszczególnych równań modelu.
3. Wnioskowanie statystyczne opiera się na rozkładach teoretycznych. Rozkład cen na rynkach nie zawsze jest zbliżony do rozkładu normalnego.
4. Zastosowane formalne testy np. R^2 nie zawsze wystarczają do oceny modelu, szczególnie kiedy liczba obserwacji (cen) jest niewiele wyższa od liczby cech (wtedy R^2 jest bliskie 1).

Ważniejsze skutki niespełnienia założeń modelu:

- wariancje estymatorów i standardowe błędy ocen współczynników są nadmierne
- wartości współczynników regresji mogą bardzo różnić się od oczekiwanych i wtedy cecha nieistotna okazuje się być decydującą
- znaki współczynników regresji są odmienne od oczekiwanych tzn. im lepszą dajemy ocenę nieruchomości tym mniejszą otrzymujemy wartość i odwrotnie
- włączenie lub wyłączenie jednej zmiennej objaśniającej (cechy) z modelu powoduje wielkie zmiany w ocenach współczynników regresji lub zmianę znaków, co oznacza diametralnie inną wartość
- usunięcie pewnych wyników obserwacji powoduje duże zmiany w wartościach ocen współczynników regresji lub zmianę ich znaków (prowadzi do całkowitej zmiany równania).

W związku z przedstawianymi zarzutami autorzy artykułu są zdania, że:

„Zdecydowanie lepiej jest ustalić wagi cech rynkowych na podstawie własnego doświadczenia i obserwacji niż zaufać wzorom, które dają niewiarygodne wyniki.”

Rozdział II

Dlaczego w wycenie trzeba stosować regresję?

Stosowane w Polsce podejścia, metody i techniki wyceny nieruchomości nakazane są prawem:

- Art. 152 ustawy o gospodarce nieruchomościami - do określenia wartości rynkowej nieruchomości stosuje się podejście porównawcze.
- § 4. 2. rozporządzenia w sprawie wyceny nieruchomości:
W podejściu porównawczym stosuje się metodę porównywania parami, metodę korygowania ceny średniej albo metodę analizy statystycznej rynku.

Metoda porównywania parami:

- § 4. 3. rozporządzenia:
Przy metodzie porównywania parami porównuje się nieruchomość będącą przedmiotem wyceny, której cechy są znane, kolejno z nieruchomościami podobnymi, które były przedmiotem obrotu rynkowego i dla których znane są ceny transakcyjne, warunki zawarcia transakcji oraz cechy tych nieruchomości.
- Powszechne Krajowe Zasady Wyceny, Nota Interpretacyjna NI 1
„Zastosowanie podejścia porównawczego w wycenie nieruchomości”:
4.1. Przy stosowaniu metody porównywania parami porównuje się nieruchomość wycenianą o znanych cechach, kolejno z nieruchomościami podobnymi, o znanych cenach transakcyjnych i cechach. Wartość określa się poprzez korygowanie cen transakcyjnych ze względu na różnice ocen pomiędzy nieruchomością wycenianą i nieruchomościami podobnymi.

Podstawą tych zapisów jest założenie, że występuje zależność ceny nieruchomości od jej cech. Ceny nieruchomości porównawczych korygowane są poprawkami z tytułu różnic ocen pomiędzy nieruchomością wycenianą i nieruchomościami porównawczymi.

Można to zapisać równaniem:

$$C = C_{tr} + A_1 \times (Y_1 - X_1) + A_2 \times (Y_2 - X_2) + \dots + A_N \times (Y_N - X_N)$$

gdzie:

C – skorygowana cena nieruchomości porównawczej (wartość nieruchomości wycenianej)

C_{tr} – cena transakcyjna nieruchomości porównawczej

$X_1 \dots X_N$ – oceny cech nieruchomości porównawczej (wyrażone liczbowo)

$Y_1 \dots Y_N$ – oceny cech nieruchomości wycenianej

$A_1 \dots A_N$ – współczynniki zmienności cechy

Powyższa konstrukcja jest możliwa jedynie wtedy gdy:

$$C_{tr} = A_0 + A_1 \times X_1 + A_2 \times X_2 + \dots + A_N \times X_N$$

$$C = A_0 + A_1 \times Y_1 + A_2 \times Y_2 + \dots + A_N \times Y_N$$

Jest to zapis modelu addytywnego regresji wielorakiej.

Jak widać stosowanie metody porównywania nieruchomości parami jest równoważne stosowaniu modelu regresji liniowej addytywnej.

Jeśli równanie opisuje wartość minimalną i maksymalną (dla uproszczenia przyjmijmy, że wszystkie oceny mają postać stymulant to znaczy, że wyższa ocena odpowiada wyższej cenie).

$$\begin{aligned}C_{\min} &= A_0 + A_1 \times X_{1\min} + A_2 \times X_{2\min} + \dots + A_N \times X_{N\min} \\C_{\max} &= A_0 + A_1 \times X_{1\max} + A_2 \times X_{2\max} + \dots + A_N \times X_{N\max}\end{aligned}$$

to odejmując stronami otrzymujemy:

$$\Delta C = C_{\max} - C_{\min} = A_1 \times (X_{1\max} - X_{1\min}) + A_2 \times (X_{2\max} - X_{2\min}) + \dots + A_N \times (X_{N\max} - X_{N\min})$$

dzieląc powyższe równanie przez ΔC otrzymujemy:

$$1 = A_1 \times (X_{1\max} - X_{1\min})/\Delta C + A_2 \times (X_{2\max} - X_{2\min})/\Delta C + \dots + A_N \times (X_{N\max} - X_{N\min})/\Delta C$$

Waga jest stosunkiem zmienności ceny przypadającej na i-tą cechę $A_i \times (X_{i\max} - X_{i\min})$ do całkowitej zmienności ΔC .

$$w_i = A_i \times (X_{i\max} - X_{i\min})/\Delta C$$

zatem:

$$w_1 + w_2 + \dots + w_N = 1$$

Rzeczoznawca majątkowy, analizując rynek, ma ustalić jakie cechy wpływają na cenę (znaleźć zależności pomiędzy ceną i cechami) oraz w jakim stopniu (siłę tej zależności). Mówią o tym założenia ogólne NI 1:

3.5. Analiza rynku ma na celu ustalenie cech nieruchomości (atrybutów), zwanych dalej cechami rynkowymi. Rzeczoznawca majątkowy powinien ocenić wielkość wpływu cech rynkowych na zróżnicowanie cen transakcyjnych, które mogą stanowić wagi cech rynkowych.

Dysponując cenami transakcyjnymi nieruchomości o znanych cechach, zawartych w znanych, nie budzących wątpliwości warunkach, mamy zatem problem określenia które z cech i w jakim stopniu wpływają na obserwowane ceny.

Matematycznie problem polega na rozwiązaniu układu n równań (tylu iloma transakcjami dysponujemy) z N+1 niewiadomymi. Niewiadome są współczynniki równania regresji: A_0, A_1, \dots, A_N .

$$\begin{aligned}C_1 &= A_0 + A_1 \times X_{1,1} + A_2 \times X_{2,1} + \dots + A_N \times X_{N,1} \\C_2 &= A_0 + A_1 \times X_{1,2} + A_2 \times X_{2,2} + \dots + A_N \times X_{N,2} \\&\dots\dots\dots \\C_n &= A_0 + A_1 \times X_{1,n} + A_2 \times X_{2,n} + \dots + A_N \times X_{N,n}\end{aligned}$$

Literatura zaleca stosowanie tutaj metody “*ceteris paribus*” (wszystko inne takie samo), którą to metodę ogół rzeczoznawców uznaje za całkowicie nieprzydatną, ponieważ wymaga znalezienia dwóch transakcji nieruchomościami różniącymi się jedną cechą. Rozwiązanie polega wtedy na odjęciu stronami równań opisujących takie dwie nieruchomości. Powiedzmy, że są to dwie pierwsze z wyżej opisanych nieruchomości i że różni je cecha pierwsza. Otrzymujemy:

$$\begin{aligned}C_1 - C_2 &= A_1 \times X_{1,1} - A_1 \times X_{1,2} = A_1 \times (X_{1,1} - X_{1,2}) \\A_1 &= (C_1 - C_2)/(X_{1,1} - X_{1,2})\end{aligned}$$

Metoda rozwiązywania układu równań przez odejmowanie stronami jest zalecana już w szkole, jednak rozwiązanie (przybliżone) układu n równań z N+1 niewiadomymi jest możliwe, nawet gdy transakcje różniące się jedną cechą nie występują. Matematyka rozwiązała ten problem przy użyciu rachunku macierzowego z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów.

Zainteresowani mogą oczywiście zgłębić metodę (wyczerpujący opis np. C. Radhakrishna Rao. Modele liniowe statystyki matematycznej. PWN 1982), jednak wszystkie wiadomości potrzebne w praktyce polegają na stosowaniu standardowej funkcji tablicowej Excela - REGLINP(...).

Istnieją również narzędzia wygodniejsze, bardziej zaawansowane, takie jak Rex_wycena autorstwa T. Kotrańskiego, znakomite, lekkie narzędzie do wyceny nieruchomości (niestety obecnie niemożliwe do kupienia), lub inne bardziej złożone systemy: XLStat, Statistica, SPSS, Gretl i in.

Metoda korygowania ceny średniej:

- § 4.4. rozporządzenia:

Przy metodzie korygowania ceny średniej do porównań przyjmuje się z rynku właściwego ze względu na położenie wycenianej nieruchomości co najmniej kilkanaście nieruchomości podobnych, które były przedmiotem obrotu rynkowego i dla których znane są ceny transakcyjne, warunki zawarcia transakcji oraz cechy tych nieruchomości. Wartość nieruchomości będącej przedmiotem wyceny określa się w drodze korekty ceny średniej nieruchomości podobnych współczynnikami korygującymi, uwzględniającymi różnicę w poszczególnych cechach tych nieruchomości.

- Powszechne Krajowe Zasady Wyceny, Nota Interpretacyjna NI 1

„Zastosowanie podejścia porównawczego w wycenie nieruchomości”:

5.1. Przy stosowaniu metody korygowania ceny średniej do porównań przyjmuje się z właściwego rynku nieruchomości co najmniej kilkanaście nieruchomości podobnych, dla których znane są ceny transakcyjne, warunki zawarcia transakcji oraz cechy tych nieruchomości. Wartość nieruchomości będącej przedmiotem wyceny określa się poprzez korektę średniej ceny nieruchomości podobnych współczynnikami korygującymi.

Punktem wyjścia w tej metodzie jest lista atrybutów wraz z wagami i przedział cenowy ΔC .

Liczone są: C_{\min}/C_{sr} i C_{\max}/C_{sr} . Cały zakres tych wskaźników dzieli się wagami na podzakresy odpowiadające zmienności poszczególnych cech. Ocena cechy to liczba z zakresu jej zmienności $[C_{\min}/C_{\text{sr}}; C_{\max}/C_{\text{sr}}]$. Jeśli α jest liczbą z przedziału $[0;1]$ (0 - ocena najgorsza, 1 najlepsza) to wartość oceny wynosi:

$$X_i = w_i \times [C_{\max}/C_{\text{sr}} - C_{\min}/C_{\text{sr}}] \times \alpha_i + w_i \times C_{\min}/C_{\text{sr}}$$

a szacowana wartość nieruchomości:

$$\begin{aligned} W_n &= C_{\text{sr}} \times \sum X_i = C_{\text{sr}} \times \sum (w_i \times [C_{\max}/C_{\text{sr}} - C_{\min}/C_{\text{sr}}] \times \alpha_i + w_i \times C_{\min}/C_{\text{sr}}) = \\ &= \sum (w_i \times [C_{\max} - C_{\min}] \times \alpha_i + w_i \times C_{\min}) = \sum w_i \times (C_{\max} - C_{\min}) \times \alpha_i + C_{\min} \times \sum w_i \end{aligned}$$

Przykład wyjaśniający stosowane oznaczenia:

$$\begin{aligned} C_{\min} &= 2800 \\ C_{\max} &= 4200 \\ C_{\text{śr}} &= 3500 \\ C_{\min}/C_{\text{śr}} &= 0,80 \\ C_{\min}/C_{\text{śr}} &= 1,20 \end{aligned}$$

L.p.	Cecha	Waga cechy w_i	Wartości współczynników korygujących			
			Min $w_i \times C_{\min}/C_{\text{śr}}$	Max. $w_i \times C_{\max}/C_{\text{śr}}$	α_i	$X_i = w_i \times [C_{\max}/C_{\text{śr}} - C_{\min}/C_{\text{śr}}] \times \alpha_i + w_i \times C_{\min}/C_{\text{śr}}$
1	Pierwsza	0,40	0,320	0,480	1,00	0,480
2	Druga	0,30	0,240	0,360	0,00	0,240
3	Trzecia	0,20	0,160	0,240	0,50	0,200
4	Czwarta	0,10	0,080	0,120	0,75	0,110
	Suma:	1,00	0,800	1,200		1,030

Ponieważ:

$$\sum w_i = 1$$

$$W_n = A_0 + A_1 \times X_1 + A_2 \times X_2 + \dots + A_N \times X_N$$

gdzie:

$$A_0 = C_{\min}$$

$$A_i = w_i \times (C_{\max} - C_{\min})$$

$X_i = \alpha_i$ (w postaci zunitaryzowanej)

Jak widać stosowanie metody korygowania ceny średniej jest równoważne stosowaniu modelu regresji liniowej addytywnej.

Unitaryzacja polega na przekształceniu miary atrybutu (oceny cechy) w skalę [0;1].

Przykład:

Opisowa ocena cechy	Ocena liczbowa	Ocena zunitaryzowana
dobra	3	1
przeciętna	2	0,5
słaba	1	0

W przypadku zmiennych ciągłych (np. powierzchnia) stosuje się przekształcenie:

$$\alpha = (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min})$$

które najmniejszą wartość x przekształca w zero, a największą w jeden.

Jeśli zmienna jest destymulantą można postąpić odwrotnie, używając przekształcenia:

$$\alpha = (x_{\max} - x) / (x_{\max} - x_{\min})$$

które najmniejszą wartość x przekształca w jeden, a największą w zero.

Użycie zmiennych w postaci zunitaryzowanej pozwala w sposób bardzo jasny czytać równanie regresji:

$$W_n = A_0 + A_1 \times X_1 + A_2 \times X_2 + \dots + A_N \times X_N$$

Jeśli A_i przyjmują wartości z przedziału $[0;1]$ to minimalna wartość jest równa wyrazowi wolnemu, a wartość maksymalna sumie wszystkich współczynników.

$$C_{\min} = A_0$$

$$C_{\max} = A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_N$$

$$\Delta C = A_1 + A_2 + \dots + A_N$$

Wnioski

Z artykułu prof. Prystupy wynika, że stosowanie metod ekonometrycznych, a szczególnie metody regresji liniowej w wycenie nieruchomości jest niemożliwe.

Z przedstawionej powyżej analizy wynika, że stosowanie metody regresji jest wymagane prawem.

Wniosek: prawidłowa, zgodna z przepisami wycena nieruchomości jest w Polsce niemożliwa.

Rozdział III

Konsekwencje

Jako przykład ilustrujący konsekwencje obowiązującego stanu prawnego z punktu widzenia art. 157 ugn przedstawimy ocenę operatów dotyczących tej samej działki położonej na Targówku w Warszawie. Operaty wykonano do celów aktualizacji opłaty za użytkowanie wieczyste.

Operat A

Wypowiedzenie dotychczasowej wysokości opłaty rocznej z tytułu użytkowania wieczystego i ustalenie nowej wysokości nastąpiło w oparciu o operat szacunkowy aut. X.

Wartość działki o pow. 385 m² oszacowano na ok. 350.000 zł.

Wyceny dokonano metodą porównywania parami. Transakcje porównawcze:

	data	obręb	nr działki	ulica	pow. [m ²]	cena m ² [zł]
A	2007-03-29	4-09-19	264/1	Nad Strugą	854	656
B	2007-05-28	4-09-22	106	Wolbromska	1250	736
C	2008-04-21	4-09-19	206	Samarytanka	750	1160

Rozstępną cenę rynku określono na podstawie powyższych transakcji:

$$\Delta C = 504 \text{ zł/m}^2$$

W operacie przyjęto następujący zestaw atrybutów i ich wagi:

	atrybut	waga	zakres poprawek
u ₁	lokalizacja og.	10%	50,4
u ₂	lokalizacja szcz.	25%	126,0
u ₃	handel/usługi	20%	100,8
u ₄	m. inw.	35%	176,4
u ₅	sąsiedztwo	10%	50,4

Ponieważ nieruchomości najgorsza i najlepsza nie miały wszystkich cech odpowiednio najgorszych i najlepszych, wartości te estymowano.

$$\Delta C \text{ po estymacji} = 1525 - 202 = 1323 \text{ zł/m}^2$$

	atrybut	waga	zakres poprawek po estymacji
u ₁	lokalizacja og.	10%	132
u ₂	lokalizacja szcz.	25%	331
u ₃	handel/usługi	20%	265
u ₄	m. inw.	35%	463
u ₅	sąsiedztwo	10%	132

Rzeczoznawca przyjmując wagi atrybutów, cenę maksymalną i minimalną, zdefiniował równanie regresji o następującej postaci:

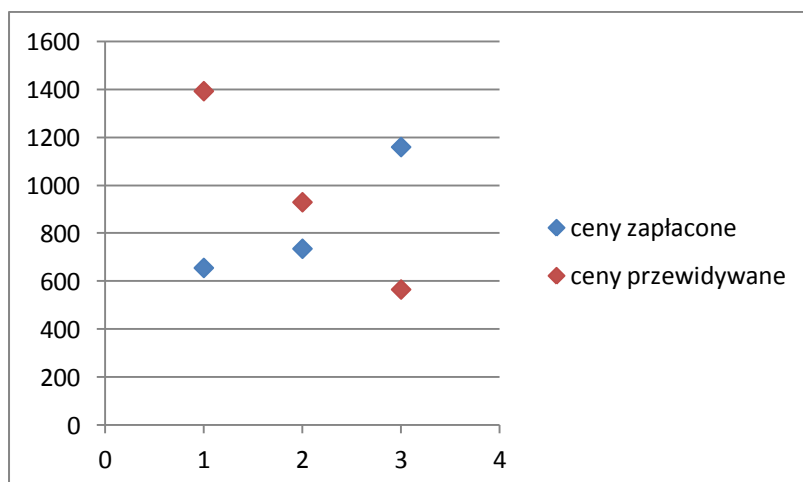
$$W_N = 202 + 132 \times u_1 + 331 \times u_2 + 265 \times u_3 + 463 \times u_4 + 132 \times u_5$$

Umożliwia to wycenę, czyli prognozę wartości nieruchomości wycenianej, oraz ocenę wiarygodności transakcji wziętych do porównań.

Wiarygodność wyceny może być mierzona badaniem, czy ceny obserwowane odbiegają od cen przewidywanych przez równanie.

W poniższej tabeli przedstawiono aproksymowane wartości cen minimalnej i maksymalnej, oceny nieruchomości porównawczych (według autora) oraz ceny transakcyjne przewidywane przy przyjętych w operacji wartościach wag atrybutów i ocen.

	C _{min}	A	B	C	C _{max}
u ₁	0	1,0	1	0	1
u ₂	0	1,0	0,5	0	1
u ₃	0	1,0	0,5	0	1
u ₄	0	1,0	0,5	0,5	1
u ₅	0	0,0	0,5	1	1
Ceny zapłacone		656	736	1160	
Ceny przewidywane	202	1393	930	566	1525



Jak widać ceny zapłacone drastycznie różnią się od cen przewidywanych co oznacza, że:

- dobór atrybutów (wag) jest niewłaściwy i nie wyjaśnia obserwowanych różnic, lub
- w wycenie użyto transakcji niewiarygodnych

Problem: czy sporządzony w taki sposób operat można uznać za wykonany prawidłowo z punktu widzenia art. 157 ugn?

Naszym zdaniem nie.

Operat B

SBM „Praga” przedstawił wycenę nieruchomości aut. rzeczoznawcy Y.

Wartość działki o pow. 385 m² oszacowano na ok. 260.000 zł.

Wyceny dokonano metodą porównywania parami. Transakcje porównawcze:

	data	obręb	nr działki	ulica	pow. [m ²]	cena m ² [zł]
A	2008-10-03	4-11-13	238	Litawora	831	722
B	2008-09-02	4-10-06	39	Mokra	323	619
C	2008-04-04	4-09-07	85	Lewicpolska	394	1000
C _{min}	2008-05-29	4-11-02	37	Janowiecka	742	507

Rozstęp cenowy rynku określono na podstawie powyższych transakcji:

$$\Delta C = 493 \text{ zł/m}^2$$

W operacie przyjęto następujący zestaw atrybutów i ich wagi:

	atrybut	waga	zakres poprawek
u ₁	lokalizacja og.	25%	123,25
u ₂	sąsiedztwo	25%	123,25
u ₃	komunikacja, handel	20%	98,6
u ₄	powierzchnia	10%	49,3
u ₅	kształt	10%	49,3
u ₆	dojazd, parkingi	10%	49,3

Ponieważ nieruchomość najlepsza nie miała wszystkich cech najlepszych, wartości te estymowano.

$$\Delta C \text{ po estymacji } i = 1136 - 507 = 629 \text{ zł/m}^2$$

	atrybut	waga	zakres poprawek po estymacji
u ₁	lokalizacja og.	25%	157
u ₂	sąsiedztwo	25%	157
u ₃	komunikacja, handel	20%	126
u ₄	powierzchnia	10%	63
u ₅	kształt	10%	63
u ₆	dojazd, parkingi	10%	63

Rzeczoznawca przyjmując wagi atrybutów, cenę maksymalną i minimalną, zdefiniował równanie regresji o następującej postaci:

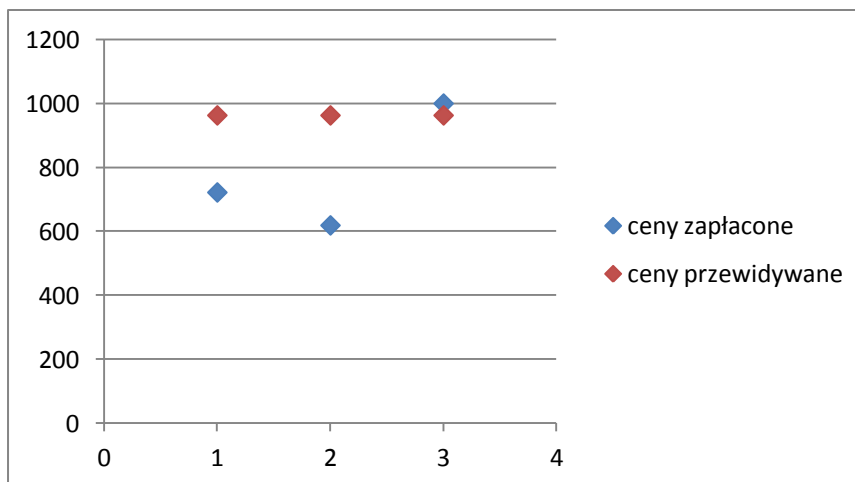
$$W_N = 507 + 157 \times u_1 + 157 \times u_2 + 126 \times u_3 + 63 \times u_4 + 63 \times u_5 + 63 \times u_6$$

Umożliwia to wycenę, czyli prognozę wartości nieruchomości wycenianej, oraz ocenę wiarygodności transakcji wziętych do porównań.

Wiarygodność wyceny może być mierzona badaniem, czy ceny obserwowane odbiegają od cen przewidywanych przed równanie.

W poniższej tabeli przedstawiono aproksymowane wartości ceny maksymalnej, oceny nieruchomości porównawczych (według autora) oraz ceny transakcyjne przewidywane przy przyjętych w operacji wartościach wag atrybutów i ocen.

	C_{\min}	A	B	C	C_{\max}
u_1	0	0,5	1	0,5	1
u_2	0	1	0,5	1	1
u_3	0	0,5	0,5	0,5	1
u_4	0	1	0,5	0,5	1
u_5	0	0,5	1	1	1
u_6	0	1	1	1	1
Ceny zapłacone	507	722	619	1000	
Ceny przewidywane	507	963	963	963	1136



Jak widać ceny zapłacone znacznie (do 56%) różnią się od cen przewidywanych co oznacza, że:

- dobór atrybutów (wag) jest niewłaściwy i nie wyjaśnia obserwowanych różnic, lub
- w wycenie użyto transakcji niewiarygodnych.

Ponadto, zgodnie z oceną autora wszystkie nieruchomości porównawcze powinny mieć taką samą cenę, co oznacza, że obserwowane pomiędzy nimi różnice są przypadkowe, a wynik wyceny leży z równym prawdopodobieństwem w przedziale [619;1000].

Problem: czy sporządzony w taki sposób operat można uznać za wykonany prawidłowo z punktu widzenia art. 157 ugn?

Naszym zdaniem nie.

Z praktyki opiniowania operatów przez PTRM wynika, że takie wady zawiera olbrzymia większość operatów w oparciu o które podejmowane są decyzje administracyjne. Operaty te są nieprawidłowe, a decyzje administracyjne muszą być uznane za nieważne.

Problem co zrobić, aby operat szacunkowy był wykonany prawidłowo i oszacowana wartość dawała się racjonalnie obronić jest tematem spotkania we Wrocławiu. Mamy nadzieję, że wystąpienia naszych kolegów wyjaśnią słuchaczom większość wątpliwości jakie mogły powstać po lekturze artykułu prof. Prystupy.

Wszystkim słuchaczom życzymy powodzenia.

Autorzy